STELLINGEN

behorende bij het proefschrift

Algorithms for diophantine equations

van

B.M.M. de Weger

6 januari 1988

1.

Als Grosswald meent dat Tijdeman het vermoeden van Catalan heeft bewezen, en daarbij opmerkt, nota bene in een voetnoot, dat nog een eindige hoeveelheid rekenwerk gedaan schijnt te moeten worden om het bewijs te completeren, miskent hij de niet-triviale aard van dergelijk rekenwerk. Met de nu bekende methoden uit de numerieke getaltheorie lijkt het praktisch onmogelijk om het vermoeden van Catalan binnen redelijke rekentijd te bewijzen.

Referentie: E. Grosswald, *Topics from the theory of numbers*, 2nd. ed., Birkhäuser, Boston, 1984, p. 259.

2.

Laat de priemgetallen $p_1, \ldots, p_t$ gegeven zijn. Er bestaat een effectief berekenbare positieve constante C, die alleen van de p_i's afhangt, zodat voor alle $n, k_1, \ldots, k_t \in \mathbb{N}_0$ met $n! \neq p_1^{k_1} \cdot \ldots \cdot p_t^{k_t}$ geldt dat

$$| n! - p_1^{k_1} \cdot \ldots \cdot p_t^{k_t} | > \exp(C \cdot n/\log n) .$$

Er bestaat enige experimentele steun voor het vermoeden dat zelfs

$$| n! - p_1^{k_1} \cdot \ldots \cdot p_t^{k_t} | > \exp(C' \cdot n \cdot \log n)$$

geldt voor een positieve constante C'. Met de methoden van dit proefschrift is het mogelijk om voor vaste $m \in \mathbb{Z}$ alle oplossingen van de diophantische vergelijking

$$n! - p_1^{k_1} \cdot \ldots \cdot p_t^{k_t} = m$$

expliciet te vinden.

Referentie: R.K. Guy, *Unsolved problems in number theory*, Springer, Berlin, 1981, Problem F23.

3.

Het vermoeden van Antoniadis, dat de diophantische vergelijking $31x^2 = y^3 - 1$ alleen de oplossingen $(x,y) = (0,1), (\pm 2,5)$ heeft, is juist.

Referentie: J.A. Antoniadis, Über die Kennzeichnung zweiklassiger imaginär-quadratischen Zahlkörper durch Lösungen diophantischer Gleichungen, *J. reine angew. Math.* **339** (1983), 27-81.

4.

De enige driehoeksgetallen die het produkt zijn van drie opeenvolgende gehele getallen zijn de volgende zes: 6, 120, 210, 990, 185136, 258474216.

5.

Computerexperimenten geven steun aan het vermoeden (van Erdös en Stewart) dat het aantal oplossingen van de gegeneraliseerde Ramanujan-Nagell vergelijking $x^2 + k = p_1^{n_1} \cdot \ldots \cdot p_s^{n_s}$ de grootteorde $\exp(\sqrt{s})$ heeft als s ∞ .

6.

Het probleem van het vinden van de nulpunten van een ternaire recurrente rij is equivalent met het oplossen van een derde-graads Thue-Mahler vergelijking $F(X,Y) = r \cdot p^n$ met $p, r \in \mathbb{Z}$ vast. Het is niet duidelijk of dit resultaat eenvoudig gegeneraliseerd kan worden voor hogere orde recurrenties en hogere graads Thue-Mahler vergelijkingen.

7.

Een p-adisch analogon van de stelling van Lagrange over de periodiciteit van reële kettingbreuken laat zich eenvoudiger formuleren en bewijzen in termen van rijen p-adische benaderingsroosters dan in termen van p-adische kettingbreuken.

Referentie: B.M.M. de Weger, Approximation lattices of p-adic numbers, *J. Number Th.* 24 (1986), 70-89.

8.

De p-adische kettingbreuk volgens Schneider van $\sqrt{c}$ met $c \in \mathbb{Z}$ is niet periodiek als $c < 0$, en is wel periodiek als $c = e^2 + d \cdot p^k$, met $d, e, k \in \mathbb{N}$, $1 \le e \le \frac{1}{2}(p-1)$, $d \mid 2e$, $p \nmid d$.

Referenties: Th. Schneider, Über p-adische Kettenbrüche, *Symposia Math.* IV, (1970), 181-189,

P. Bundschuh, p-adische Kettenbrüche und Irrationalität p-adischer Zahlen, *Elem. Math.* 32 (1977), 36-40.

9.

Een didaktisch verantwoorde presentatie behoort een wezenlijk onderdeel van iedere wetenschappelijke publicatie te zijn, en niet alleen van leerboeken.

10.

Fabrikanten dienen al bij ontwerp en produktie van artikelen er rekening mee te houden dat hun produkten vroeger of later moeten kunnen worden verwijderd zonder al te veel sporen na te laten. Dit geldt, behalve voor fabrikanten van voor het milieu schadelijke stoffen, ook voor bijvoorbeeld fabrikanten van zelfklevende etiketten.

11.

Het verdient aanbeveling om op stadsplattegronden het aantal verdiepingen van hoge flatgebouwen te vermelden.

12.

De eerste wereldoorlog wordt wel de oorlog van de scheikundigen genoemd, de tweede die van de natuurkundigen. Gezien de huidige ontwikkelingen in de wapentechnologie ziet het er naar uit dat een eventuele derde wereldoorlog de oorlog van de wiskundigen genoemd zal kunnen worden. De gangbare indeling van de exacte wetenschappen doet dan ook al vermoeden dat dat wel eens de laatste wereldoorlog zou kunnen zijn.

13.

Een auteur die het inleidende hoofdstuk van zijn boek of artikel het volgnummer 0 meegeeft, wekt daarmee de indruk dat dat hoofdstuk niet tot het eigenlijke werk behoort en dus weggelaten had kunnen worden, ofwel dat hij niet kan tellen.

14.

Primum vivere, deinde promovere.